



Curso: Matemática
Data: 15/12/2017
Disciplina: Cálculo Numérico
Pasta Resposta: Prova 2
Prova: II

1. Arquivo resposta: N01.py.

(a) 1 pt. Em Python, define os vetores:

$$\underline{\mathbf{v}}_0 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix},$$

e a matriz:

$$\underline{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

(b) 1 pt. Encontre numericamente a matriz inversa, $\underline{\mathbf{V}}^{-1}$. Calcule o resíduo $\|\underline{\mathbf{V}} \underline{\mathbf{V}}^{-1} - \underline{\mathbf{I}}\| / \|\underline{\mathbf{V}}\|$.

(c) 1 pt. Sem fazer cálculos, encontre soluções para as equações: $\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{x}}_i = \underline{\mathbf{v}}_i$, $i = 0, \dots, 3$. Resolva as equações numericamente e calcule os resíduos $\|\underline{\mathbf{A}} \underline{\mathbf{x}}_i - \underline{\mathbf{v}}_i\| / \|\underline{\mathbf{v}}_i\|$

2. Arquivo resposta: N02.py.

(a) 1 pt. Em Python, define os polinômios, representado como vetores:

- i. $P_0(x) = x - 1$;
- ii. $P_1(x) = x^2 - x + 1$;
- iii. $P_2(x) = x^3 - x^2 + x - 1$;
- iv. $P_3(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$;
- v. $P_4(x) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$;

Calcule os valores desses Polinômios para $x = -5, -4, \dots, 4, 5$, veja a tabela abaixo:

i	-5.000000	-4.000000	-3.000000	-2.000000	-1.000000	0.000000	1.000000	2.000000	3.000000	4.000000	5.000000
0	-6.000000	-5.000000	-4.000000	-3.000000	-2.000000	-1.000000	0.000000	1.000000	2.000000	3.000000	4.000000
1	-149.000000	-79.000000	-35.000000	-11.000000	-1.000000	1.000000	1.000000	5.000000	19.000000	49.000000	101.000000
2	-156.000000	-85.000000	-40.000000	-15.000000	-4.000000	-1.000000	0.000000	5.000000	20.000000	51.000000	104.000000
3	-3899.000000	-1359.000000	-359.000000	-59.000000	-3.000000	1.000000	1.000000	21.000000	181.000000	817.000000	2601.000000
4	-3906.000000	-1365.000000	-364.000000	-63.000000	-6.000000	-1.000000	0.000000	21.000000	182.000000	819.000000	2604.000000

(b) 1 pt. Calcule, representado com vetores, os polinômios: $Q_{ij}(x) = P_i(x)P_j(x)$.

(c) 1 pt. Defina uma função, `def Polynomia_Derive(P)`, que como entrada aceita um polinômio, P , retornando a derivada do polinômio, P' . Calcule os valores das derivadas, $P'_i(x)$ para $x = -5, -4, \dots, 4, 5$.

3. Arquivo resposta: N03.py.

Dados os pontos abaixo:

i	0	1	2	3	4	5	6
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	1	-4	-1	3	2	1

(a) 1 pt. Calcule como polinômios, os interpoladores do Lagrange, $H_i(x)$, para $i = 0, \dots, 6$.

(b) 1 pt. Calcule os valores, $H_i(x_j)$. Comentar os resultados.

(c) 1 pt. Calcule o polinômio interpolador de Lagrange, $P(x) = \sum_{i=0}^6 y_i H_i(x)$ e seus valores, $P(x_j)$. Comentar os resultados.

4. Arquivo resposta: N04.py.

(a) 1 pt. Implemente como funções Python:

- i. $f_0(x) = e^{-x}$,
- ii. $f_1(x) = xe^{-x}$,
- iii. $f_2(x) = x^2 e^{-x}$,
- iv. $f_3(x) = x^3 e^{-x}$,
- v. $f_4(x) = x^4 e^{-x}$.

(b) 1 pt. Encontre e implemente também seus primitivos, $F_i(x) = \int f_i(x) dx$, $i = 0, \dots, 4$.

(c) 1 pt. Para os integrais, $\int_0^1 f_i(x) dx$, calcule:

- i. Valores analíticos;
- ii. Valores estimados usando a Regra dos Trapézios Repetida com 10, ..., 100 intervalos;
- iii. Valores estimados usando a Regra 1/3 do Simpson Repetida com 10, ..., 100 intervalos;
- iv. Os resíduos para ambas as estimações.

Somente será considerado provas de quem assinou a lista de frequência!!!