



**Curso:** Matemática  
**Data:** 22/12/2017  
**Disciplina:** Cálculo Numérico  
**Pasta Resposta:** Prova Substitutiva  
**Prova:** II

1. Arquivo resposta: N01.py.

(a) 1 pt. Em Python, define como uma lista de vetores:

$$\underline{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \underline{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

e calcule as matrizes de Vandermonde:

$$\underline{\underline{V}}_i = \underline{\underline{V}}_i(\underline{v}_i), i = 0, \dots, 3.$$

(b) 1 pt. Calcule os vetores  $\underline{\underline{V}}_i \underline{v}_j$ .

(c) 1 pt. Sendo as matrizes do tipo Vandermonde, o valor analítica do seu determinant é dado por:

$$\det \underline{\underline{V}}_i = \prod_{i=0 < j < n} (v_j - v_i)$$

Para os vetores  $\underline{v}_i$ , calcule os produtos do lado direito. Calcule também, usando eliminação do Gauss, o valor numérico do determinante, além dos resíduos absoluto e relativo. Demonstre os resultados em uma tabela da seguinte forma:

| i | Anal      | Num       | Abs          | Rel          |
|---|-----------|-----------|--------------|--------------|
| 0 | 0.236073  | 0.236073  | 4.163336e-16 | 1.763582e-15 |
| 1 | 13.620334 | 13.620334 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 |
| 2 | -8.721354 | -8.721354 | 0.000000e+00 | 0.000000e+00 |
| 3 | -5.135052 | -5.135052 | 2.664535e-15 | 5.188916e-16 |

Hint:

```
def Det_V(v):
    det=1.0
    for i in range( len(v) ):
        for j in range(i+1, len(v) ):
            det*=(v[j]-v[i])

    return det
```

2. Arquivo resposta: N02.py.

(a) 1 pt. Em Python, define as funções e seus primeiros e segundos derivados:

- i.  $f_0(x) = xe^x$ ;
- ii.  $f_1(x) = x \sin x$ ;
- iii.  $f_2(x) = x \cos x$ ;
- iv.  $f_3(x) = \log 1 + x$ ;
- v.  $f_4(x) = x\sqrt{1+x}$ .

(b) 1 pt. Estimando numericamente o primeiro derivado, para cada uma das funções, gere uma tabela com a de baixo:

| n | x        | f        | f'_a     | f'_n     | r'_1         |
|---|----------|----------|----------|----------|--------------|
| 4 | 0.100000 | 0.104881 | 1.096482 | 1.096482 | 8.126986e-12 |
| 4 | 0.200000 | 0.219089 | 1.186732 | 1.186732 | 4.682138e-12 |
| 4 | 0.300000 | 0.342053 | 1.271734 | 1.271734 | 5.735448e-11 |
| 4 | 0.400000 | 0.473286 | 1.352247 | 1.352247 | 6.649942e-12 |
| 4 | 0.500000 | 0.612372 | 1.428869 | 1.428869 | 1.195546e-11 |
| 4 | 0.600000 | 0.758947 | 1.502082 | 1.502082 | 9.051298e-12 |
| 4 | 0.700000 | 0.912688 | 1.572278 | 1.572278 | 2.013441e-11 |
| 4 | 0.800000 | 1.073313 | 1.639783 | 1.639783 | 2.414526e-11 |
| 4 | 0.900000 | 1.240564 | 1.704869 | 1.704869 | 3.845456e-11 |

(c) 1 pt. Estimando numericamente o segundo derivado, para cada uma das funções, gere uma tabela com a de baixo:

| n | x        | f        | f''_a    | f''_n    | r_2          |
|---|----------|----------|----------|----------|--------------|
| 4 | 0.100000 | 0.104881 | 0.931793 | 0.931782 | 1.132865e-05 |
| 4 | 0.200000 | 0.219089 | 0.874835 | 0.874842 | 8.258883e-06 |
| 4 | 0.300000 | 0.342053 | 0.826459 | 0.826450 | 1.028323e-05 |
| 4 | 0.400000 | 0.473286 | 0.784786 | 0.784789 | 3.576587e-06 |
| 4 | 0.500000 | 0.612372 | 0.748455 | 0.748512 | 7.637601e-05 |
| 4 | 0.600000 | 0.758947 | 0.716454 | 0.716455 | 1.592545e-06 |
| 4 | 0.700000 | 0.912688 | 0.688013 | 0.688005 | 1.090419e-05 |
| 4 | 0.800000 | 1.073313 | 0.662539 | 0.662581 | 6.405829e-05 |
| 4 | 0.900000 | 1.240564 | 0.639565 | 0.639655 | 1.413567e-04 |



3. Arquivo resposta: N03.py.

Para as funções,  $f_0, \dots, f_4$ , da questão anterior:

- (a) 1 pt. Implemente seus primitivos como funções Python e calcule analiticamente os valor dos integrais:  $\int_1^2 f_i(x)dx$
- (b) 1 pt. Estime os valor dos integrais do questão anterior, utilizando a Regra dos Trapézios Repetida com  $i = 5, 10, \dots, 45, 50$  intervalos. Calcule os resíduos relativos e gere uma tabela da forma:

| $n$ | $i$ | $a$      | $b$      | Ana      | Trapez   | $r$          |
|-----|-----|----------|----------|----------|----------|--------------|
| 3   | 5   | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.908987 | 6.103794e-04 |
| 3   | 10  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909404 | 1.526751e-04 |
| 3   | 15  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909481 | 6.786222e-05 |
| 3   | 20  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909508 | 3.817380e-05 |
| 3   | 25  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909520 | 2.443162e-05 |
| 3   | 30  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909527 | 1.696655e-05 |
| 3   | 35  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909531 | 1.246528e-05 |
| 3   | 40  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909534 | 9.543765e-06 |
| 3   | 45  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909536 | 7.540770e-06 |
| 3   | 50  | 1.000000 | 2.000000 | 0.909543 | 0.909537 | 6.108034e-06 |

- (c) 1 pt. Estime os valor dos integrais do questão anterior, utilizando a Regra 1/3 do Simpson Repetida com  $i = 5, 10, \dots, 45, 50$  intervalos. Calcule os resíduos relativos e gere uma tabela da forma:

| $n$ | $i$ | $a$      | $b$      | Ana      | Simpson  | $r$          |
|-----|-----|----------|----------|----------|----------|--------------|
| 4   | 5   | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 2.376000e-08 |
| 4   | 10  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 1.487775e-09 |
| 4   | 15  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 2.939840e-10 |
| 4   | 20  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 9.303056e-11 |
| 4   | 25  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 3.810828e-11 |
| 4   | 30  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 1.837970e-11 |
| 4   | 35  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 9.919194e-12 |
| 4   | 40  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 5.814329e-12 |
| 4   | 45  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 3.629458e-12 |
| 4   | 50  | 1.000000 | 2.000000 | 2.394158 | 2.394158 | 2.382417e-12 |

4. Arquivo resposta: N04.py.

Dado dois conjuntos de pontos em  $\mathbb{R}$  com mesmos abscissas, conforme a tabela abaixo:

| $x$   | 0 | 1  | 2  | 3 | 4  | 5  | 6 |
|-------|---|----|----|---|----|----|---|
| $y^1$ | 5 | 1  | -2 | 3 | 0  | -2 | 1 |
| $y^2$ | 1 | -2 | 0  | 3 | -2 | 1  | 5 |

- (a) 1 pt. Calcule as funções interpoladores de Lagrange,  $H_i(x)$ , para as abscissas e calcule seus valores nos pontos  $x = 0, 1, \dots, 6$ , produzindo uma tabela como abaixo:

| $i$ | 0.000000 | 1.000000  | 2.000000  | 3.000000  | 4.000000  | 5.000000  | 6.000000  |
|-----|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0   | 1.000000 | -0.000000 | -0.000000 | -0.000000 | -0.000000 | -0.000000 | -0.000000 |
| 1   | 0.000000 | 1.000000  | 0.000000  | 0.000000  | -0.000000 | -0.000000 | -0.000000 |
| 2   | 0.000000 | 0.000000  | 1.000000  | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  | -0.000000 |
| 3   | 0.000000 | -0.000000 | -0.000000 | 1.000000  | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 4   | 0.000000 | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  | 1.000000  | 0.000000  | 0.000000  |
| 5   | 0.000000 | -0.000000 | -0.000000 | -0.000000 | 0.000000  | 1.000000  | 0.000000  |
| 6   | 0.000000 | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  | 0.000000  | -0.000000 | 1.000000  |

- (b) 1 pt. Calcule o polinômio interpolador de Lagrange,  $P_0(x)$ , para o primeiro conjunto de ordenadas e calcule seus valores nos pontos  $x = 0, 1, \dots, 6$ , produzindo uma tabela como abaixo.

- (c) 1 pt. Calcule o polinômio interpolador de Lagrange,  $P_1(x)$ , para o primeiro conjunto de ordenadas e calcule seus valores nos pontos  $x = 0, 1, \dots, 6$ , produzindo uma tabela como abaixo.

| $n$ | 0.000000 | 1.000000  | 2.000000  | 3.000000 | 4.000000  | 5.000000  | 6.000000 |
|-----|----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|
| 0   | 5.000000 | 1.000000  | -2.000000 | 3.000000 | -0.000000 | -2.000000 | 1.000000 |
| 1   | 1.000000 | -2.000000 | 0.000000  | 3.000000 | -2.000000 | 1.000000  | 5.000000 |

*Em seus arquivos respostas, somente exhibe os dados solicitados!*

**Somente será considerado provas de quem assinou a lista de frequência!!!**